



Contoh Soal

Eksebisi Olimpiade AI 2025

Disusun oleh:

Tim Pembina Olimpiade AI Indonesia

17 Mei 2025

Logika 1

Di sebuah pulau rahasia bernama **Pulau Nesy**, terdapat lima agen rahasia yang harus menyampaikan pesan numerik penting kepada Komandan X. Masing-masing agen memilih sebuah angka rahasia M_i yang hanya diketahui oleh mereka sendiri. Untuk menjaga kerahasiaan pesan, mereka menggunakan metode unik:

- Masing-masing agen menuliskan dua kali angka rahasianya ($2 \times M_i$) ke dalam sebuah slip kertas, lalu memasukkannya ke dalam *kotak hitam*.
- Selanjutnya, setiap agen akan berjabat tangan dengan agen lainnya satu per satu. Untuk setiap jabat tangan dengan agen ke- j , agen ke- i dan agen ke- j akan bertukar informasi angka rahasia mereka dan masing-masing menuliskan $M_i + M_j$ ke dalam slip, kemudian memasukkannya juga ke dalam *kotak hitam*.

Karena terdapat 5 agen, maka akan dihasilkan 5 buah angka dari hasil dua kali angka rahasia masing-masing agen ($2 \times M_i$), serta 10 buah angka tambahan dari hasil penjumlahan pasangan angka rahasia setiap kali dua agen berjabat tangan, sesuai dengan kombinasi pasangan agen yang berjumlah $\binom{5}{2} = 10$.

Komandan X menerima **15 angka acak** dari *kotak hitam*. Tugas Anda adalah membantu Komandan X menebak nilai asli M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 dalam urutan **tidak menurun**.

Pertanyaan:

- Dari kotak hitam, Komandan X menerima:

42, 44, 55, 52, 58, 44, 40, 46, 48, 46, 49, 51, 50, 53, 48

Apa lima angka rahasia M_i milik para agen? (Urutkan tidak menurun)

Logika 2

Nesy memiliki sebuah lahan sawah berukuran 12 x 12 meter. Lahan ini ingin ditanami padi, namun dengan syarat bahwa setiap tanaman padi membutuhkan ruang 1 x 2 meter atau 2 x 1 meter.

Namun, karena pandemi COVID-19, sawah Nesy terkena hama yang menyebabkan sebagian lahan tidak dapat digunakan. Meskipun demikian, Nesy yang dikenal sebagai pedagang nomor 1 di kota TOKI tidak ingin merugi, dan ingin menanam sebanyak-banyaknya padi di lahan yang masih tersedia.

Berapa banyak tanaman padi maksimal yang dapat ditanam oleh Nesy di lahan yang masih tersedia, dengan memperhatikan kondisi tersebut?

			x								
		x				x	x				
	x					x	x				
x			x								
				x					x		
			x		x			x		x	
		x				x			x		
	x					x					
	x				x						
	x					x					
	x				x						
		x		x							

Statistika & Probabilitas 1

Diberikan daftar nilai-nilai siswa dalam sebuah kelas sebagai berikut:

42, 45, 47, 50, 52, 55, 57, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80

1. Tentukan median nilai kelas!
2. Tentukan jumlah minimum siswa yang harus dikeluarkan dari daftar tersebut agar median kelas ≥ 70 !
3. Jika guru ingin membuat tim beranggotakan 3 siswa, berapa banyak kombinasi tim yang memiliki nilai median ≤ 52 ?

Statistika & Probabilitas 2

Hudi memiliki kedai kopi. Dari catatan kemarin, pelanggan memesan minuman sebagai berikut:

Minuman	Pakai Gula	Tanpa Gula	Total
Espresso	8	12	20
Latte	6	9	15
Cappuccino	4	6	10
Teh	2	3	5
Total	20	30	50

1. Besok, Hudi memperkirakan akan datang 20 pelanggan. **Asumsikan** setiap pelanggan memilih *jenis minuman dan opsi gula* secara acak mengikuti **proporsi gabungan** pada tabel di atas (yakni peluang tiap pasangan {minuman, gula} sebanding dengan frekuensinya pada tabel). Untuk mendukung hidup sehat, Hudi memberikan *souvenir* kepada pelanggan yang **tanpa gula atau** yang memesan *teh*. Berapa *nilai harapan* banyaknya penerima souvenir dari 20 pelanggan tersebut?
2. Mesin cappuccino bermasalah: tidak dapat membuat **dua cappuccino berturut-turut**. Anggap urutan kedatangan pelanggan merupakan proses acak i.i.d. mengikuti **proporsi jenis minuman** pada tabel (abaikan pilihan gula untuk soal ini; misalnya peluang cappuccino = $10/50$). Jumlah pelanggan tidak dibatasi. Jika dua pelanggan cappuccino datang berurutan, pelanggan kedua akan komplain. Berapa *nilai harapan* indeks pelanggan saat komplain pertama terjadi?

Statistika & Probabilitas 3

Nesy yang seorang pemilik toko mainan sedang menerima pengiriman 20 paket mainan dari pabrik. Dari pengalaman sebelumnya, ia mengetahui bahwa peluang sebuah mainan rusak sebelum sampai ke toko adalah sebesar 24%. Kemudian, pemilik toko memberikan tugas kepada anaknya untuk melemparkan sebuah mainan ke dalam keranjang, dengan peluang mainan tersebut masuk ke dalam keranjang sebesar 0.58.

Setiap lemparan mainan diasumsikan bersifat independen satu sama lain. Jawablah pertanyaan berikut dengan **presisi 3 angka di belakang koma**.

Pertanyaan:

1. Berapa peluang bahwa anak tersebut membutuhkan **setidaknya 5 lemparan** hingga mainan masuk ke dalam keranjang?
2. Jika pada suatu kasus anak tersebut telah melempar mainan sebanyak 3 kali dan belum berhasil memasukkan ke dalam keranjang, berapa peluang bahwa ia tetap gagal memasukkan mainan ke dalam keranjang hingga **4 lemparan berikutnya**?
3. Berapa peluang anak tersebut berhasil memasukkan mainan ke dalam keranjang **pada percobaan ke-10**?
4. Berapa **rata-rata banyak lemparan** yang diperlukan sampai anak tersebut berhasil memasukkan mainan ke dalam keranjang untuk pertama kali?

Aljabar Linier

Ammar baru saja mempelajari mengenai vektor, matriks dan operasi-operasinya. Beberapa operasi dasar dari vektor dan matriks adalah penjumlahan/pengurangan antarmatriks serta perkalian matriks dengan vektor dan perkalian antarmatriks, yang definisinya sudah dipahami dengan baik oleh Ammar. Satu operasi baru yang dipelajari oleh Ammar adalah pemangkatan matriks, yang didefinisikan sebagai berikut: Pangkat matriks: $A^1 = A$, $A^n = A \times A^{n-1}$ untuk $n \geq 2$. Ammar menemukan bahwa dalam proses pemangkatan matriks 2×2 , ada pola menarik yang memungkinkan kita menghitung pemangkatan matriks dengan lebih cepat dan mudah. Bantulah Ammar untuk menyelesaikan beberapa soal pemangkatan matriks berikut.

Pertanyaan:

Diberikan:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

1. Hitung $A \times v$
2. Hitung $B^2 \times v$
3. Tentukan A^{100} dan B^{2025}
4. Cari $n \geq 2000$ terkecil sehingga $A^{2022}B^n v = v$ untuk semua v

Optimasi 1

Brian membuka restoran *all-you-can-eat* yang juga menjual bingkisan tambahan. Setiap pengunjung yang masuk tentunya harus membayar biaya masuk restoran (misalnya a). Lebih lanjut, apabila pembeli ingin membungkus satu bingkisan, ia harus membayar biaya per-bingkisan (misalnya b). Brian mendapatkan data dari ketiga pelanggannya yang telah berencana mengunjungi restorannya, sebagai berikut:

Pelanggan	Jumlah Bingkisan	Budget Perkiraan
Dewi	30	127
Mushthofa	27	108
Steven	32	127

Nilai **budget perkiraan** adalah nilai perkiraan total biaya yang harus dikeluarkan yang dibuat oleh masing-masing pelanggan. Brian ingin memilih harga masuk (a) serta harga per-bingkisan (b) sedemikian rupa sehingga total yang dibayar pelanggan mendekati perkiraan mereka sedekat mungkin, karena jika mereka membayar terlalu mahal, mereka tidak akan senang, namun sebaliknya, apabila terlalu murah, keuntungan Brian tidak maksimal.

Nilai kesalahan sebuah harga terhadap estimasi total biaya seorang pelanggan dinyatakan sebagai kuadrat dari selisih total biaya yang harus dibayarkan dengan estimasi total biaya pelanggan tersebut. Misalnya, jika total harga yang harus dibayarkan oleh Mushthofa adalah 113 (berdasarkan nilai a dan b yang dipilih), maka kesalahan harganya adalah $(110 - 113)^2 = 9$. Nilai kesalahan sebuah estimasi a dan b adalah total nilai kesalahan dari a dan b terhadap ketiga pelanggan (Dewi, Mushthofa dan Steven).

Tugas 1 Jika Brian memilih $a = 4$ dan $b = 6$, berapakah nilai kesalahan yang didapatkan?

Tugas 2 Tentukan a (harga masuk) dan b (harga per bingkisan) dengan kendala $a \geq 0$, $b \geq 0$ yang menyebabkan nilai kesalahan paling **kecil** serta laporkan **nilai minimum** S_{\min} dan pasangan (a, b) yang mencapainya.

Optimasi 2

Pak Budi adalah peternak ikan yang memelihara beberapa ekor ikan. Dari hasil pengamatannya, Pak Budi menyimpulkan bahwa ada keterkaitan antara bobot dan panjang seekor ikan dengan kesehatannya. Secara umum, pada ikan yang sehat, seharusnya jika ikan semakin panjang, maka bobotnya juga semakin besar. Dengan kata lain, seekor ikan yang memiliki nilai panjang yang relatif besar, namun bobotnya kecil, cenderung tidak sehat. Anda dapat asumsikan bahwa panjang ikan berkisar dari 0 - 100 cm, dan bobot ikan berkisar dari 0 - 50 kg.

Pak Budi telah mengamati 10 ekor ikannya dan mendapatkan data berupa tabel berikut.

i	Panjang (x_i) (dalam ratusan cm)	Bobot (y_i) (dalam kg)	Kondisi
1	85	30	sehat
2	82	38	sehat
3	70	25	sehat
4	80	28	sehat
5	60	20	sehat
6	75	35	sehat
7	95	12	tidak sehat
8	88	10	tidak sehat
9	100	11	tidak sehat
10	92	9	tidak sehat

Dari data tersebut, Pak Budi menyadari bahwa ia dapat membuat sebuah *model* untuk memprediksi kesehatan dari ikannya dengan menggunakan sebuah persamaan *linier* (persamaan garis lurus), sebagai berikut:

- tentukan sebuah fungsi $f(x, y) = ax + by + c$, dimana x adalah panjang ikan, y adalah bobot ikan, dan a, b dan c adalah parameter dari model linier tersebut, yang nilainya akan ditentukan berdasarkan data pengamatan.
- untuk sebuah data ikan (x, y) tertentu, apabila $f(x, y) \geq 0$, maka model akan memprediksi bahwa ikan tersebut sehat, dan sebaliknya, jika $f(x, y) < 0$, maka ikan tersebut diprediksi tidak sehat.

Apabila model tersebut diterapkan pada sekumpulan data, maka kita dapat mengukur **akurasi** dari model dengan menggunakan formula sederhana, yaitu akurasi adalah banyaknya data yang diklasifikasikan dengan benar, dibagi dengan total banyaknya data:

$$akurasi = \frac{\#benar}{\#data}$$

Pertanyaan:

1. Apabila kita menggunakan model $f(x, y) = -1.5x + 2y + 120$, apakah hasil prediksi dari model jika diterapkan pada data ikan dengan panjang = 88cm dan bobot = 10 kg (sehat/tidak sehat)?
2. Diketahui dua buah model $f_1(x, y) = -2x + y + 120$ dan $f_2(x, y) = -0.5x + y + 35$. Tentukan manakah di antara kedua model ini yang paling tinggi akurasinya jika diterapkan pada data 10 ekor ikan yang ada?
3. Tentukanlah nilai a, b dan c sedemikian rupa sehingga sebuah model $f(x, y) = ax + by + c$ akan memiliki akurasi sempurna pada data 10 ekor ikan yang dimiliki Pak Budi!