Ekshibisi Kecerdasan Artifisial 2025

Disusun oleh:

Tim Pembina International Olympiad in Artificial Intelligence (IOAI)

17 Mei 2025

Nama: ________________
Sekolah: ________________

1. Problem Solving

Aoi berhasil merancang dua robot yang pintar bermain logika, bernama **ROBOBAR** dan **ROBOKOL**. Untuk menguji kecerdasan logika keduanya, Aoi meminta kedua robot bermain teka-teki berikut ini.

Aoi memiliki sebuah papan berukuran 6×6 petak. Papan ini terdiri dari 6 baris yang diberi label 1, 2, 3, 4, 5, dan 6; serta 6 kolom yang diberi label A, B, C, D, E, dan F. Pada papan tersebut juga terdapat beberapa bintang yang diletakkan sebagai berikut.

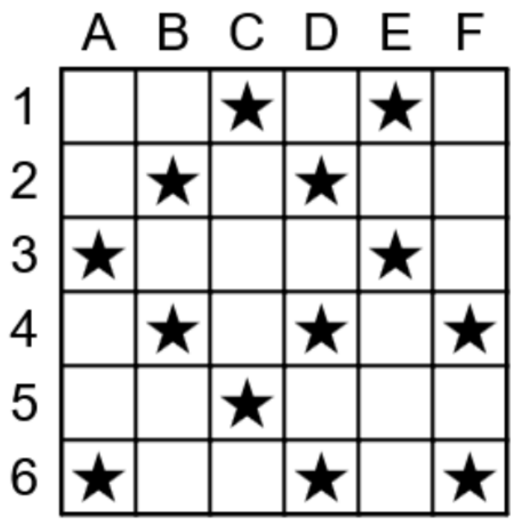


Figure 1: Papan 6×6 dengan posisi bintang.

Aoi telah memilih tepat salah satu bintang secara *rahasia*, yang dinamakan **Bintang Aoi**. Aoi ingin kedua robot menemukan di mana letak Bintang Aoi. Untuk membantu mereka, Aoi akan memberikan informasi berikut secara terpisah (*sembunyi-sembunyi*):

- Kepada **ROBOBAR**, Aoi memberitahukan di *baris mana* letak Bintang Aoi.
- Kepada **ROBOKOL**, Aoi memberitahukan di *kolom mana* letak Bintang Aoi.

Setelah itu, secara berurutan, terjadi percakapan antar kedua robot sebagai berikut:

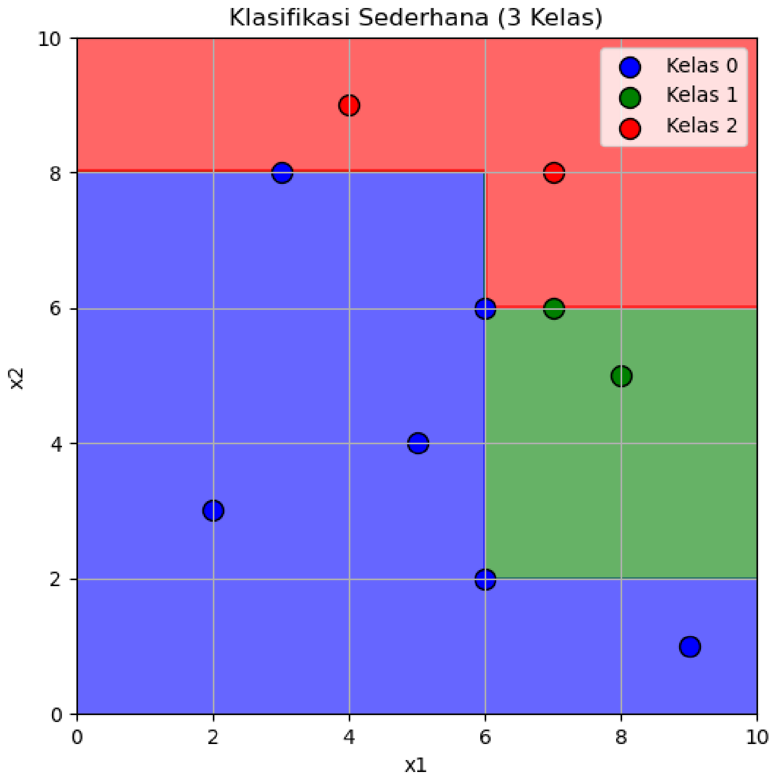
ROBOBAR: "Aku tidak tahu di mana letak Bintang Aoi."
ROBOKOL: "Aku tidak tahu di mana letak Bintang Aoi."
ROBOBAR: "Aku tidak tahu di mana letak Bintang Aoi."
ROBOKOL: "Aku tidak tahu di mana letak Bintang Aoi."
ROBOBAR: "Kita bisa saja meneruskan percakapan ini selamanya (bergantian mengatakan 'Aku tidak tahu di mana letak Bintang Aoi') dan tidak mungkin ada dari kita yang dapat mengetahui di mana letak Bintang Aoi sesungguhnya."
ROBOKOL: "Aku sekarang tahu di mana letak Bintang Aoi."

Dengan mengasumsikan bahwa kedua robot Aoi dapat berpikir logis secara sempurna, di petak manakah sebenarnya letak Bintang Aoi? Jelaskan!

Catatan: Anda tetap akan mendapatkan nilai parsial meskipun pada akhirnya Anda tidak berhasil menemukan secara persis letak Bintang Aoi — namun berhasil mengeliminasi beberapa opsi yang tidak mungkin merupakan Bintang Aoi.

2. Decision Plot

Berikut adalah hasil visualisasi *rule-based classifier* sederhana dengan tiga kelas (0, 1, dan 2) berdasarkan dua fitur (x_1, x_2).



Pertanyaan

1. Tentukan kelas dari titik data yang berada pada koordinat $(x_1 = 8, x_2 = 3)$.
2. Tentukan nilai $\mathbf{x_2}$ yang berfungsi sebagai batas pemisah antara kelas 1 dan kelas 2 (format dua angka di belakang koma).
3. Diberikan list `data` berukuran $N = 8$ berikut (nilai dibulatkan dua desimal):

$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$
5.86	3.62
0.53	6.51
9.50	5.93
5.69	7.46
6.28	6.20
2.53	1.52
6.42	0.85
9.29	4.36

Tentukan:

(a) Banyaknya titik pada data yang masuk kelas 0.

(b) Banyaknya titik pada data yang masuk kelas 1.

(c) Banyaknya titik pada data yang masuk kelas 2.

4. Jika sebuah titik dipilih secara acak dari area $[0, 10] \times [0, 10]$, hitung probabilitas bahwa titik tersebut berada pada (format dua angka di belakang koma):

    (a) Kelas 0.

    (b) Kelas 1.

    (c) Kelas 2.

Nama: ________________
Sekolah: ________________

3. Squared Hinge Loss

Tim balap *DeltaRacing* menganalisis **deviasi lateral** mobil terhadap *racing line* pada lima tikungan.

Deviasi lateral adalah jarak penyimpangan mobil secara horizontal dari jalur ideal (racing line). Nilai positif berarti mobil terlalu ke kanan, nilai negatif berarti terlalu ke kiri, dan nilai nol berarti mobil tepat berada di jalur ideal.

Nilai deviasi (dalam meter) kita sebut x (negatif = terlalu ke kiri, positif = terlalu ke kanan). Engineer memberi label biner sebagai berikut:

$$y = \begin{cases} +1, & \text{keadaan berbahaya (deviasi terlalu besar)}, \\ -1, & \text{keadaan aman (deviasi kecil)}. \end{cases}$$

Singkatnya, **berbahaya bisa terjadi jika mobil terlalu ke kiri *atau* terlalu ke kanan**.

Data

Gunakan data berikut:

x	y
-2.1	$+1$
-0.7	-1
$+0.2$	-1
$+0.8$	-1
$+2.2$	$+1$

Notasi dan Definisi

Model linear satu dimensi:

$$f(x) = wx + b, \quad w, b \in \mathbb{R},\ y \in \{-1, +1\}.$$

Squared hinge loss per-sampel:

$$\ell_i(w, b) = \left(\max\{0,\, 1 - y_i f(x_i)\}\right)^2.$$

Loss rata-rata pada $n = 5$ data:

$$L(w, b) = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} \ell_i(w, b).$$

Aturan pembaruan **gradient descent** dengan laju belajar η:

$$w' = w - \eta\frac{\partial L}{\partial w}, \qquad b' = b - \eta\frac{\partial L}{\partial b}.$$

Pertanyaan

1. Dengan $w = 0$ dan $b = 0$, hitung nilai loss $L(w, b)$ pada data di atas.
2. Turunkan $\dfrac{\partial L}{\partial w}$ dan $\dfrac{\partial L}{\partial b}$ untuk squared hinge loss pada model $f(x) = wx + b$. Jelaskan perhitungannya.
3. Lakukan **satu langkah** *gradient descent* (dengan $\eta = 1$) dari $w = 0$, $b = 0$. Nyatakan parameter hasil update (w, b) dan nilai loss-nya setelah update.
4. Nilai loss model saat ini masih > 0. Jika langkah *gradient descent* dilanjutkan berkali-kali (tetap pada fitur x), apakah bisa mencapai $L = 0$? Jelaskan alasan Anda secara konseptual.

5. Sekarang ganti fitur menjadi $z = x^2$ dan model menjadi $f(z) = wz + b$. Apakah mungkin mencapai $L = 0$? Jelaskan alasan Anda secara singkat.

6. **Notasi iterasi.** Gunakan notasi $w^{(t)}$ dan $b^{(t)}$ untuk menyatakan parameter *setelah* t pembaruan *gradient descent* (misal, $w^{(1)}$ adalah setelah satu pembaruan).

   Mulai dari $w^{(0)} = 0$, $b^{(0)} = 0$ pada ruang fitur $z = x^2$ seperti soal 5 dan gunakan $\eta = 1$. Lakukan *gradient descent* sebanyak 2 iterasi dan hitung $(w^{(t)}, b^{(t)})$ serta $L(w^{(t)}, b^{(t)})$ untuk $t = 1, 2$.

4. Probability

Dalam bidang *Kecerdasan Buatan (Artificial Intelligence)*, sebuah model dapat memprediksi kata berikutnya dalam sebuah kalimat berdasarkan pola probabilitas. Prinsip dasarnya sama dengan teori peluang: menghitung kemungkinan suatu kejadian berdasarkan data sebelumnya.

Misalnya, jika dalam banyak kalimat berbahasa Indonesia kata “saya” sering diikuti kata “makan”, maka peluang munculnya kata “makan” setelah “saya” akan lebih tinggi dibanding kata lain. Konsep ini mirip dengan statistik frekuensi kata, yang dapat dianalisis dengan aturan peluang bersyarat (*conditional probability*).

Seorang arkeolog menemukan naskah bahasa kuno yang akan dianalisis polanya menggunakan sebuah model. Ia juga menemukan bahwa kemunculan sebuah kata hanya bergantung pada kata sebelumnya, dan tidak pada kata-kata lebih awal. Sang arkeolog mencatat frekuensi urutan kata sebagai berikut:

- Kata **“lura”** diikuti oleh:
  - “domi” pada 48 kalimat,
  - “salu” pada 27 kalimat,
  - “tano” pada 25 kalimat.
- Kata **“kira”** diikuti oleh:
  - “domi” pada 42 kalimat,
  - “raka” pada 33 kalimat,
  - “salu” pada 25 kalimat.

Pertanyaan

1. Pada suatu naskah, ada kalimat di mana kata pertama disembunyikan, dan hanya kata kedua yang terlihat.
   (a) Jika kata kedua adalah “domi”, berapakah peluang kata pertama yang tersembunyi adalah “lura”?
   (b) Jika kata kedua adalah “salu”, berapakah peluang kata pertama yang tersembunyi adalah “kira”?
2. Arkeolog kemudian mengambil secara acak 10 kalimat dari naskah. Diketahui bahwa setiap kalimat tersebut memiliki kata kedua “domi”. Berapakah peluang bahwa tepat 6 kalimat memiliki kata pertama “lura”?

5. Feature Extraction

Dalam sebuah eksperimen *computer vision*, setiap gambar disimpan sebagai matriks biner berukuran 5×5, di mana nilai "1" menandai piksel berwarna putih dan "0" menandai latar belakang berwarna hitam.

Pada eksperimen tersebut, dua buah gambar dipilih menjadi gambar acuan (*anchor*), yakni A_1 dan A_2. Selain itu, eksperimen tersebut juga memiliki sepuluh gambar uji, $T_1, T_2, \ldots, T_{10}$, di mana setiap gambar uji pasti berasal dari salah satu kelas anchor A_1 atau A_2. Perhatikan bahwa gambar uji mungkin mengalami rotasi, pergeseran, atau kesalahan akibat *noise*.

Anda diberi tugas oleh ketua peneliti untuk merancang fitur-fitur numerik sederhana dari matriks dan menggunakannya untuk menentukan anchor mana yang paling sesuai bagi tiap gambar uji.

Contoh Ekstraksi Fitur Sederhana

Sebuah fitur sederhana bernama **kolom penuh bernilai satu** menandakan kelima entri pada kolom tersebut bernilai 1. Secara formal, kolom ke-j disebut penuh jika

$$\sum_{i=1}^{5} M_{ij} = 5.$$

Secara analog, **baris penuh bernilai nol** dapat dihitung menggunakan rumus

$$\sum_{j=1}^{5} M_{ij} = 0.$$

Anda bebas mendefinisikan fitur sederhana lain yang berguna, selama dihitung langsung dari entri-entri matriks.

Pertanyaan

1. Untuk setiap gambar uji T_i, putuskan apakah ia termasuk kelas A_1 atau A_2.
2. Daftarkan fitur-fitur yang benar-benar Anda gunakan saat membuat keputusan.
3. Tuliskan aturan keputusan Anda secara tepat dalam kalimat atau rumus singkat. Jelaskan bagaimana label A_1 atau A_2 dipilih untuk tiap-tiap T_i saat diberikan nilai-nilai fitur-fitur yang sudah Anda buat.

Anchors

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nama: ________________
Sekolah: ________________

Tests

Test 1 Key: A1

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Test 2 Key: A1

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 3 Key: A1

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 4 Key: A2

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 5 Key: A2

$$T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Test 6 Key: A2

$$T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Test 7 Key: A1

$$T_7 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 8 Key: A2

$$T_8 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 9 Key: A1

$$T_9 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Test 10 Key: A2

$$T_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Confusion Matrix

Binary Classification Overview
Dalam masalah klasifikasi biner, model AI memberikan skor antara 0 sampai 1 untuk setiap data. Skor ini menunjukkan seberapa besar kemungkinan data tersebut termasuk ke kelas **positif** (misalnya: pasien sakit). Untuk mengambil keputusan, kita menentukan **threshold** (ambang batas). Jika threshold = 0.5, maka data dengan skor > 0.5 diklasifikasikan sebagai positif, sisanya negatif. Pemilihan threshold harus disesuaikan dengan konteks nyata, terutama saat data tidak seimbang. Evaluasi model dilakukan menggunakan berbagai metrik berikut:

Struktur Confusion Matrix

	Prediksi Positif	**Prediksi Negatif**
Aktual Positif	True Positive (TP)	False Negative (FN)
Aktual Negatif	False Positive (FP)	True Negative (TN)

Metrik Evaluasi

- **Accuracy:** Proporsi prediksi yang benar secara keseluruhan.

$$\text{Accuracy} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

- **Precision:** Proporsi prediksi positif yang benar-benar benar.

$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP}$$

- **Recall (Sensitivity):** Kemampuan model mengenali semua kasus positif yang sebenarnya.

$$\text{Recall} = \frac{TP}{TP + FN}$$

- **F1-score:** Rata-rata harmonik antara precision dan recall. Berguna ketika kita ingin menyeimbangkan kedua metrik precision dan recall.

$$\text{F1} = 2 \times \frac{\text{Precision} \times \text{Recall}}{\text{Precision} + \text{Recall}}$$

- **F1-macro:** Rata-rata aritmetika dari skor F1 untuk setiap kelas secara individual dalam tugas klasifikasi multi-kelas, dengan memberikan bobot yang sama untuk semua kelas.

$$\text{F1}_{\text{macro}} = \frac{F1_{\text{positif}} + F1_{\text{negatif}}}{2}$$

- **F1-micro:** Menghitung F1 secara global berdasarkan total TP, FP, dan FN dari seluruh kelas, sehingga mempertimbangkan kontribusi setiap kelas sesuai dengan jumlah datanya.

$$\text{F1}_{\text{micro}} = \frac{2 \times TP_{\text{total}}}{2 \times TP_{\text{total}} + FP_{\text{total}} + FN_{\text{total}}}$$

Pertanyaan

Sebuah rumah sakit sedang mengembangkan sistem **Kecerdasan Buatan** untuk membantu dokter dalam mendeteksi penyakit langka namun berbahaya berdasarkan hasil tes darah. Sistem AI ini memberikan diagnosis awal berupa dua kemungkinan:

- **Sakit (Positif):** Terindikasi memiliki penyakit.
- **Sehat (Negatif):** Tidak terindikasi memiliki penyakit.

Kondisi penyakit ini sangat langka. Secara statistik, dari 1.000 pasien yang diperiksa:

- Hanya sekitar **10 pasien** yang benar-benar menderita penyakit tersebut.
- Sebanyak **990 pasien** lainnya dalam kondisi sehat.

Tantangan yang Dihadapi

Setelah dilakukan pengujian awal terhadap sistem AI, ditemukan dua masalah kritis sebagai berikut:

1. **Diagnosis Terlewat (Fatal):** Beberapa pasien yang sebenarnya *Sakit* justru didiagnosis *Sehat* oleh sistem AI. Hal ini sangat berbahaya karena pasien tidak akan mendapatkan pengobatan yang diperlukan sehingga penyakitnya dapat berkembang lebih parah.
2. **Diagnosis Salah (Merugikan):** Sebaliknya, terdapat pula pasien yang sebenarnya *Sehat* tetapi didiagnosis *Sakit*. Kesalahan ini dapat menyebabkan stres emosional, biaya lanjutan yang tinggi (misalnya tes lanjutan seperti biopsi), serta risiko efek samping dari pengobatan yang tidak perlu.

Rumah sakit kini membutuhkan cara untuk **mengukur performa sistem AI secara adil** sehingga kedua jenis kesalahan di atas dapat diperhatikan secara seimbang. Metrik evaluasi apa yang paling tepat digunakan untuk mengukur kinerja sistem AI ini agar kedua masalah tersebut dapat diminimalkan? Jelaskan alasanmu.

7. Matrices

Perhatikan beberapa konsep dan definisi terkait matriks berikut.

Vektor Eigen & Nilai Eigen. Misal ada sebuah matriks persegi $n \times n$, yang dinotasikan dengan A, dan juga ada sebuah vektor tidak kosong $\mathbf{v}$ yang mempunyai panjang n. Jika persamaan berikut terpenuhi,

$$A\mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}\,,$$

dengan λ adalah sebuah skalar, maka $\mathbf{v}$ disebut dengan **vektor eigen** dan λ disebut dengan **nilai eigen** dari matriks A. Sebagai contoh, untuk matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Ada dua pasang vektor eigen dan nilai eigen dari A, yaitu:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \lambda_1 = 6\,,$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \lambda_2 = -7\,.$$

Jadi, vektor eigen dan nilai eigen dari sebuah matriks bersifat tidak unik atau bisa lebih dari satu pasang. Dalam Aljabar Linier, proses perkalian matriks dengan vektor seperti $A\mathbf{v}$ sebenarnya disebut dengan **transformasi linier**, yaitu melakukan "pemindahan" vektor $\mathbf{v}$ ke ruang vektor lain dengan tetap menjaga struktur linier-nya. Dalam konteks vektor eigen, vektor eigen adalah sebuah vektor yang jika dilakukan transformasi linier dengan matriks A, ia **tidak berubah arah** dan hanya "memanjang" atau "memendek".

Matriks Diagonal. Sebuah matriks persegi A adalah matriks diagonal jika sebuah entri bernilai 0 kecuali bagian diagonal utama. Berikut adalah beberapa contoh matriks diagonal:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Diagonalisasi Matriks. Matriks persegi A berukuran $n \times n$ dikatakan "**dapat didiagonalisasi**" jika terdapat matriks yang dapat di-*inverse* P sehingga:

$$A = PDP^{-1}\,,$$

dengan D adalah matriks diagonal.

Pertanyaan

1. Carilah vektor eigen dan nilai eigen dari matriks:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Petunjuk:

$$\begin{aligned} A\mathbf{v} &= \lambda \mathbf{v} \\ A\mathbf{v} - \lambda \mathbf{v} &= 0 \\ (A - I\lambda)\mathbf{v} &= 0 \\ \text{Determinan}(A - I\lambda) &= 0 \end{aligned}$$

Nama: ________________
Sekolah: ________________

2. Buktikan bahwa jika sebuah matriks A yang berukuran 2×2 dapat didiagonalisasi dengan:

$$A = P.D.P^{-1} \quad \text{atau jika dijabarkan:}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}^{-1},$$

kolom-kolom pada matriks P adalah vektor-vektor eigen dari matriks A; dan nilai-nilai diagonal d_1 dan d_2 adalah nilai-nilai eigen yang bersesuaian.